Dipartimento di
Elettronica e Informazione

Politecnico
di Milano

- 9 -
Analisi dei risultati

Laboratorio di Reti di Telecomunicazioni

Prove indipendenti

- Ogni simulazione è una possibile evoluzione di un sistema.
- Siamo sicuri che il sistema evolva sempre *in media* nello stesso modo?
- Quanto è precisa la nostra stima?
- Per rispondere a queste domande occorre ripetere la simulazione più volte.

Il “seme” del generatore casuale

- In ogni prova ripetuta le sorgenti di traffico devono comportarsi in modo diverso.
- In tutti i simulatori, compreso *ns*, i numeri casuali sono ottenuti da un’unica sequenza periodica lunghissima (miliardi di numeri)
- In ogni simulazione occorre scorrere la sequenza a partire da un punto diverso; altrimenti, succedono sempre gli stessi eventi!
- La procedura con cui si sceglie il punto da cui leggere la sequenza si dice scelta del seme del generatore.

Scelta del seme in *ns*

- Occorre fare attenzione perché esistono semi “buoni” e semi “cattivi”.
- I semi cattivi generano numeri palesemente dipendenti tra di loro.
- Ci sono due possibilità:
  - scegliere da una tabella di 64 semi “buoni” predefiniti.
  - lasciar scegliere a *ns* un seme diverso ogni volta (c’è il rischio che venga scelto un seme “cattivo”).

Prima possibilità: i semi predefiniti

- In *ns* sono disponibili 64 semi buoni predefiniti.
- Per impostare il seme *n* si utilizza la seguente istruzione:

```
$defaultRNG seed predef n
```

Seconda possibilità: lasciar scegliere a *ns*

- In questo modo ns sceglie un seme nuovo ad ogni esecuzione, cercando di evitare i semi “cattivi” noti.
- Per attivare questa modalità si utilizza l’istruzione:

```
$defaultRNG seed 0
```

Utilizzo delle prove ripetute

- L'obiettivo più semplice di una simulazione è la stima di un valore medio
- Durante la simulazione *j*-esima si raccolgono le osservazioni primarie x^j_1, x^j_2, … x^j_m
- La media delle osservazioni primarie è l'osservazione secondaria *j*-esima:

$$X_j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} x_i^j$$

Stima di media e varianza

- Date n simulazioni ripetute:
  - lo stimatore della media (media delle medie) è:

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} X_j$$

  - lo stimatore della varianza è:

$$s^2 = \sum_{j=1}^{n} \frac{\left(X_j - \overline{X}\right)^2}{n-1}$$

Confidenza della stima

- Lo stimatore della media dipende dai risultati delle simulazioni. Vogliamo sapere quanto lo stimatore è vicino alla media “vera” (il valore atteso)
- Occorre calcolare l’intervallo di confidenza della stima
- Un intervallo di confidenza di livello α è una regione per cui, ripetendo l’esperimento 100 volte (per un totale di 100*m* osservazioni primarie), il valore atteso cade mediamente 100α volte fuori dall’intervallo.
- Generalmente si utilizza un livello di confidenza al 5%

Calcolo dell'intervallo di confidenza

- L'intervallo di confidenza per la media è:

$$\left[\overline{X} - t_{1-\alpha/2;n-1}\sqrt{\frac{s^2}{n}}; \quad \overline{X} + t_{1-\alpha/2;n-1}\sqrt{\frac{s^2}{n}}\right]$$

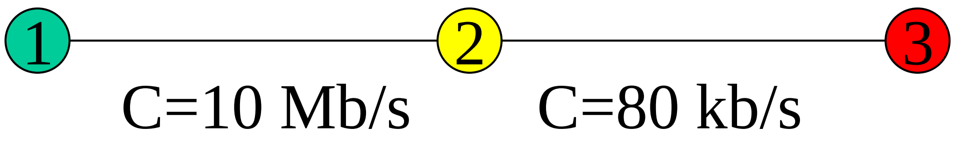
- dove $t_{1-\alpha/2;n-1}$ è il quantile di ordine $1-\alpha/2$ della legge *t-student* a *n-1* gradi di libertà.
- L'ampiezza Δ è la differenza tra gli estremi.
- Si fanno sempre almeno 5 prove.

Quantili $t_{\beta;k}$ della legge *t-student*

Numero *k* di gradi di libertà	Probabilità β		
	97,5%	99%	99,5%
3	3,18	4,54	5,84
4	2,78	3,75	4,60
5	2,57	3,36	4,03
6	2,45	3,14	3,71
7	2,36	3,00	3,50
8	2,31	2,90	3,36
9	2,26	2,82	3,25
10	2,23	2,76	3,17
15	2,13	2,60	2,95
20	2,09	2,53	2,85
30	2,04	2,46	2,75

Esercizio 14

- Si consideri la rete in figura:



- si attacchi una sorgente di Poisson al nodo 1 e un LossMonitor al nodo 3 e li si connetta
  - packet size L=1000 byte
  - λ = 5 pacchetti/s
- tempo di simulazione: 250 s
- si calcoli il ritardo medio dei pacchetti nella coda del nodo giallo (lunghezza buffer 1000)

Esercizio 14

a) Determinare il numero *n* di simulazioni ripetute affinché l'ampiezza dell'intervallo di confidenza sia minore del 25% del valore medio stimato.

b) Ripetere l'esperimento per

- λ = 8 pacchetti/s e
- λ = 9,5 pacchetti/s

Possibile soluzione

λ	n	$\overline{X}$	$\Delta\%$
5 p/s	6	48 ms (teo: 50 ms)	19,3%
8 p/s	8	189 ms (teo: 200 ms)	24,2%
9,5 p/s	42	851 ms (teo: 950 ms)	24,5%

Commenti

- Il numero *n* di prove necessario aumenta al crescere del traffico.
- Per il carico di 0,95 il valore stimato è molto sotto al valore da stimare ("stima polarizzata")
- Se la stima è polarizzata l'errore è maggiore di quanto risulti dall'intervallo di confidenza

Il “transitorio”

- Il valore di una variabile di uscita dipende dallo stato del sistema e da tutta la storia passata.
- … quindi anche dalle condizioni iniziali che abbiamo scelto arbitrariamente (generalmente sistema scarico)

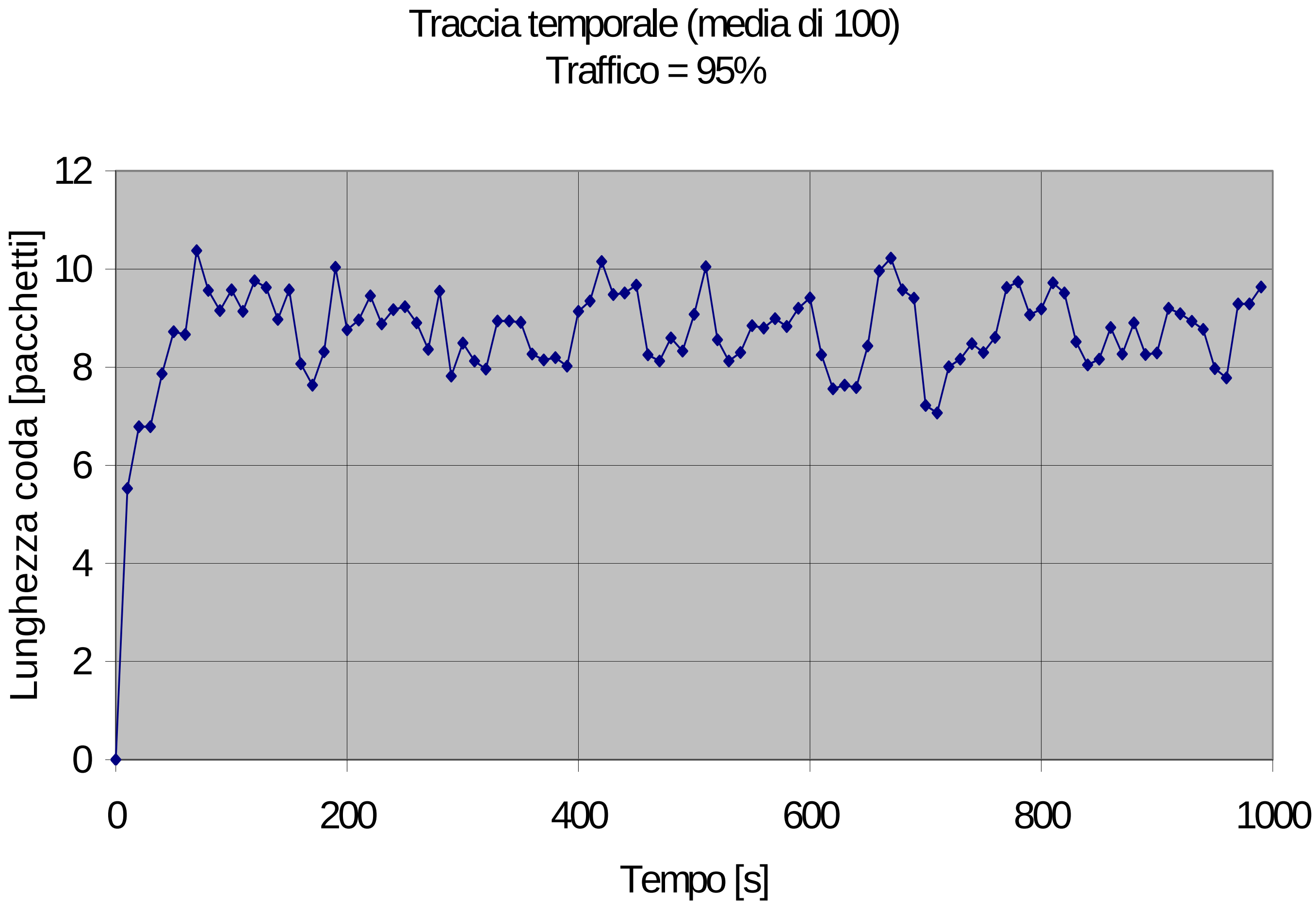
Eliminazione del transitorio

- quantificare il transitorio
  - osservando l'andamento temporale (mediato su tante realizzazioni)
  - utilizzando "regolette"
- eliminare le osservazioni raccolte durante il transitorio:

```
$ns at 200.0 "$delay0 reset"
```

- scegliere una durata della simulazione ragionevole (es: 10 volte il transitorio)

Ispezione diretta



Regoletta per il transitorio

- Non esistono regole generali.
- Spesso si osservano alcune realizzazioni
- Nei sistemi a coda semplici si può usare la regola:

$$1{,}25\frac{T}{\left(1-\sqrt{A}\right)^2}$$

  - T = tempo di trasmissione di un pacchetto
  - A = traffico

Esercizio 15

- Ripetere l'esercizio 14

  a) quantificare il transitorio

  b) rimuovere il transitorio e determinare il numero *n* di simulazioni ripetute affinché l'ampiezza dell'intervallo di confidenza sia minore del 25% del valore medio stimato. Per confrontare agevolmente i risultati con quelli dell'esercizio 14, si imposti una durata della simulazione pari a 250s+durata del transitorio.

Possibile soluzione

λ	Durata transitorio	n	$\overline{X}$	$\Delta\%$
5 p/s	1,5 s	7	50 ms (teo: 50 ms)	22,1%
8 p/s	12 s	13	194 ms (teo: 200 ms)	24,6%
9,5 p/s	200 s	59	936 ms (teo: 950 ms)	24,9%

Commenti

- La rimozione del transitorio elimina la polarizzazione della stima, se era presente